

**Latvijas Universitāte**  
**Fizikas un matemātikas fakultāte**  
**Matemātikas nodaļa**  
**Matemātiskās analīzes katedra**

# **Diskrētās matemātikas un algebras izvēlētas tēmas**

Kursa apraksts

Kursa kods: Mate 5009  
Kursa izstrādātājs: Jānis Buls

Kredītpunkti: 4  
Kursa apstiprinājuma datums: 06.05.2013

Zinātnes nozare: matemātika  
Zinātnes apakšnozare: algebra un matemātiskā loģika  
Kopējais auditoriju stundu skaits: 64  
Studenta patstāvīgā darba stundu skaits: 96

## Kursa anotācija

Kursa mērķis ir radīt vispārēju priekšstatu par diskrētās matemātikas, teorētiskās datorzinātnes un algebras problemātiku, galvenajām spriešanas metodēm, dažiem svarīgākajiem rezultātiem ar vispārmatemātisku un vispārizglītojošu nozīmi. Kurss veidots tā, lai demonstrētu aplūkojamo jautājumu sakaru arī ar skolas programmām matemātikā un informātikā.

## Rezultāti

Beidzot kursu, studentam vajadzētu būt priekšstatam par:

- abstraktās algebras pamatnostādnēm;
- dažādu algoritmu formalizācijas iespējām, to ierobežojumiem un algoritmu teorijas rezultātu gnoseoloģisko jēgu.

Beidzot kursu, studentam vajadzētu zināt svarīgākos kursā aplūkotos rezultātus un saprast šo rezultātu pierādījumu idejas.

Beidzot kursu, studentam vajadzētu prast lietot abstraktās algebras un algoritmu teorijas tehniku, lai pierādītu šo teoriju vienkāršākos rezultātus.

## Kursa plāns

- Vispārīgās algebriskās struktūras
- Kategorijas jēdziens un piemēri
- Brīvās algebras
- Galīgie automāti
- Vispārīgais algoritma jēdziens un algoritmiski neatrisināmas problēmas
- Lauki un to paplašinājumi
- Kontroldarbs

## **Prasības kredītpunktu iegūšanai**

- Semestra laikā noteiktos termiņos jāiesniedz mājas darbi. Noslēguma kontroldarbā jāveic rakstisks tests (teorija un uzdevumi) — 80%.
- Eksāmens (pārrunas par kursā apgūto vielu) — 20%.

## **Mācību pamatliteratūra**

1. M. Sipser. Introduction to the Theory of Computation. Thomson Course Technology. 2006 - 431 p.
2. Б. Трахтенброт, Я. Барздинь. Конечные автоматы. М., «Наука», 1970 – 400 с.
3. А. Курош. Лекции по общей алгебре. М., Физматгиз, 1962 – 420 с.
4. A. Bērziņš. Algebra. Lekciju kurss. Rīga, LU, 2001 – 81 lpp.
5. K. Denecke, S. L. Wismath. Universal Algebra and Applications in Theoretical Computer Science. Chapman & Hall/CRC, 2002
6. R. B. Ash. Basic Abstract Algebra: For Graduate Students and Advanced Undergraduates. Dover Publications, 2006
7. J. Buls. Regulāras valodas. 2011. <http://home.lu.lv/~bul/>
8. J. Buls. Universālā Tjūringa mašīna. 2011. <http://home.lu.lv/~bul/>

## **Papildliteratūra**

1. Х. Роджерс. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. М., «Мир», 1972 – 624 с.
2. T. W. Hungerford. Algebra (Graduate Texts in Mathematics). Springer, 2003

## **Periodika un citi informācijas avoti**

1. <http://www.math.niu.edu/~beachy/aaol/>
2. Journal of Algebra.
3. <http://www.math.uwaterloo.ca/~snburris/htdocs/ualg.html>
4. Journal of Theoretical Computer Science.

## **Kursa saturs**

1. Vairāku sugu algebras. Grupoidi, pusgrupas, monoīdi, grupas, komutatīvas grupas. Gredzeni, komutatīvi gredzeni, kermenēji, lauki. Monoīda iedarbība uz kopu no kreisās puses, kreisie moduļi, lineāras (vektorū) telpas, asociatīvas algebras. Priekšsakārtojums, daļējs sakārtojums, lineārs sakārtojums, režģis, pilns režģis, Būla algebra. Universālās algebras elementi: apakšalgebras, morfismi, tiešais reizinājums, kongruences, faktoralgebras, varietātes un kvazivarietātes.
2. Kategorijas jēdziens un piemēri. Komutatīvo diagrammu valoda.
3. Brīvās algebras. Brīvās  $\omega$ -algebras, brīvās grupas, brīvās Ābela grupas, brīvās komutatīvās algebras.
4. Galīgie automāti, to dažādas modifikācijas. Regulāras valodas. Klinī teorēma.
5. Vispārīgais algoritma jēdziens. Dažādas algoritma jēdziena formalizācijas. Čērča tēze. Universālā Tjūringa mašīna. Dabīgā numerācija. Algoritmiski neatrisināmas problēmas. Posta atbilstības problēma. Kreatīvā kopa. Rekursīvas un rekursīvi sanumurējamās kopas. Posta teorēma un ar to saistīti jautājumi. Primitīvi rekursīvas un daļēji rekursīvas funkcijas. Sakars starp daļēji rekursīvām un izrēķināmām funkcijām. Reducējamības vispārīgā ideja.  $m$ -reducējamība.  $\Sigma_1$  struktūra.
6. Lauki un to paplašinājumi. Lauka harakteristika. Komutatīvo gredzenu faktorgredzeni, gredzenu reprezentācijas. Algebriski

paplašinājumi, teorēma par primitīvo elementu. Pārskats par  
ģeometriskām konstrukcijām.

7. Kontroldarbs.