

Mainīgo transformācija vairākkārtīgos integrāļos; līnijintegrāļi.

Aprēķināt dotos integrāļus, veicot piemērotas koordinātu transformācijas!
(Uzdevumi 1 — 2.)

1.

$$\iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) \, dx \, dy$$

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq r^2, x \leq 0, y \geq 0\}$$

2.

$$\iiint_D \frac{dx \, dy \, dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - 2)^2}}$$

$$D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1; -1 \leq z \leq 1\}$$

3. Aprēķināt 1. veida līnijintegrāli!

$$\int_C (x + y) \, ds$$

C — trīsstūris $O(0; 0), A(1; 0), B(0; 1)$

4.

$$\int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{R^2-x^2-y^2}} (x^2 + y^2) \, dz$$

5. Aprēķināt 2. veida līnijintegrāli!

$$\int_C (x^2 + y^2) \, dx + (x^2 - y^2) \, dy$$

C — līkne, ko nosaka funkcija $y = 1 - |1 - x|$ mainīgā x dilšanas virzienā $0 \leq x \leq 2$.

Aprēķināt dotos integrāļus, veicot piemērotas koordinātu transformācijas!
(Uzdevumi 6 — 7.)

6.

$$\iint_D (h - 2x - 3y) \, dx \, dy$$

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq R^2, y \leq 0\}$$

7.

$$\iiint_D \frac{dx \, dy \, dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - 2)^2}}$$

$$D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

8. Aprēķināt 1. veida līnijintegrāli!

$$\int_C (x - y) \, ds$$

C — trīsstūris $O(0;0)$, $A(-1;0)$, $B(0;1)$

9.

$$\int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \int_{-\sqrt{R^2-x^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-x^2-y^2}} (z - 1) \, dz$$

10. Aprēķināt 2. veida līnijintegrāli!

$$\int_C (x^2 - 2xy) \, dx + (y^2 - 2xy) \, dy$$

C — parabola $y = x^2$ mainīgā x augšanas virzienā $-1 \leq x \leq 1$.